АЛГЕБРА, 8 класс

Тема урока:

«Квадратные уравнения»

ЗНАНИЯ – ВАМ ОЧЕНЬ НУЖНЫ;

УМЕНИЕ – ЦЕННЕЙШЕЕ КАЧЕСТВО;

ОПЫТ – В ЖИЗНИ НЕОБХОДИМ!

Цель урока:

- ***Образовательные:*** закрепление и обобщение знаний учащихся полученные при изучении темы, отработка умений и навыков по решению квадратных уравнений различного вида различными способами, выработка умения выбрать нужный рациональный способ решения.
- ***Развивающие:*** развитие логического мышления, памяти, внимания, умений сравнивать и обобщать, умения выступать с самостоятельными суждениями и отстаивать их.
- ***Воспитательные:*** воспитание трудолюбия, взаимопомощи, математической культуры, умение работать в группах, развивать познавательную активность и логическое мышление учащихся, развития интереса к предмету.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ:

Квадратным уравнением **называется**

уравнение вида $ax^2 + вx + c = 0$,

где x **–переменная,**

a, $в$ **и** c **некоторые числа,**

причем $a \neq 0$.

Квадратным уравнением называется уравнение вида

$$ax^2 + bx + c = 0,\ a \neq 0$$

где x –неизвестное, a,b,c –заданные числа, a называют старшим коэффициентом, b–вторым коэффициентом, c – свободным членом.

Полные квадратные уравнения

приведенные
(если a = 1)
$x^2 + px + q = 0$

неприведенные
$ax^2 + bx + c = 0$
$a \neq 0$

Неполные квадратные уравнения
(если хотя бы один из коэффициентов b = 0 или c = 0)

$ax^2 + bx = 0$, $a \neq 0, c = 0$.

$ax^2 + c = 0$, $a \neq 0$, $b = 0$.

$ax^2 = 0, a \neq 0$, $b = 0, c = 0$.

КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

ПОЛНЫЕ КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

$a \neq 0, \quad в \neq 0, \quad c \neq 0$

$2x^2+5x-7=0$

$6x+x^2-3=0$

$X^2-8x-7=0$

$25-10x+x^2=0$

НЕПОЛНЫЕ КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

$a \neq 0, \quad в = 0, \quad c = 0$

$3x^2-2x=0$

$2x+x^2=0$

$125+5x^2=0$

$49x^2-81=0$

Определите коэффициенты квадратного уравнения:

а) $6x^2 - x + 4 = 0$

б) $12x - x^2 + 7 = 0$

в) $8 + 5x^2 = 0$

г) $x - 6x^2 = 0$

д) $- x + x^2 = 15$

а = 6, в = -1, с = 4;

а = -1, в = 12, с = 7;

а = 5, в = 0, с = 8;

а = -6, в =1, с = 0;

а = 1, в =-1, с = -15.

РЕШЕНИЕ НЕПОЛНЫХ КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЙ

в=0

$ax^2+c=0$

1. Перенос c в правую часть уравнения.

$ax^2 = -c$

2. Деление обеих частей уравнения на a.

$x^2 = -c/a$

3. Если $-c/a>0$ - два решения:

$x_1 = \sqrt{-\frac{c}{a}}$ и $x_2 = -\sqrt{-\frac{c}{a}}$

Если $-c/a<0$ - нет решений

с=0

$ax^2+вx=0$

1. Вынесение x за скобки:

$x(ax + в) = 0$

2. Разбиение уравнения на два равносильных:

$x=0$ и $ax + в = 0$

3. Два решения:

$x = 0$ и $x = -в/a$

в,с=0

$ax^2=0$

1. Деление обеих частей уравнения на a.

$x^2 = 0$

2. Одно решение: $x = 0$.

Решение неполных квадратных уравнений

$ax^2 + bx + c = 0,\ a \neq 0$

Если $b \neq 0$, а $c=0$,то
$ax^2+bx=0$,
$x\cdot(ax + b)=0$,
$x = 0$, $\quad ax + b = 0$,
$ax = -b$,
$x = -\frac{b}{a}$

Если $b=0$, а $c \neq 0$,то
$ax^2+ c = 0$,
$ax^2 = -c$,
$x^2 = -\frac{c}{a}$

$-\frac{c}{a} > 0$,то
$x = \pm\sqrt{-\frac{c}{a}}$

$-\frac{c}{a} < 0$,то
корней нет.

Если $b=0, c = 0$,
$ax^2 = 0$,
$x = 0$

РЕШИ САМОСТОЯТЕЛЬНО УРАВНЕНИЯ :

1 вариант:

а) $\frac{1}{3}x^2 - \frac{8}{27} = 0$

б) $(x + 2)^2 + (x - 3)^2 = 13$

2 вариант:

а) $2x + x^2 = 0$

б) $49x^2 – 81 = 0$

3 вариант:

а) $3x^2 – 2x = 0$

б) $125 + 5x^2 = 0$

Исторические сведения:

Квадратные уравнения впервые встречаются в работе индийского математика и астронома Ариабхатты.

Другой индийский ученый Брахмагупта (VII в) изложил общее правило решения квадратных уравнений, которое практически совпадает с современным.

В Древней Индии были распространены публичные соревнования в решении трудных задач. Задачи часто облекались в стихотворную форму.

Вот задача Бхаскары:

Обезьянок резвых стая, всласть поевши, развлекалась.

Их в квадрате часть восьмая на полянке забавлялась.

А двенадцать по лианам стали прыгать, повисая.

Сколько ж было обезьянок, ты скажи мне, в этой стае?

Решение задачи Бхаскары:

Пусть было x обезьянок,

тогда на поляне забавлялось – $\left(\frac{x}{8}\right)^2$.

Составим уравнение:

$$\left(\frac{x}{8}\right)^2 + 12 = x$$

Ответ: $x_1 = 16$, $x_2 = 48$ обезьянок.

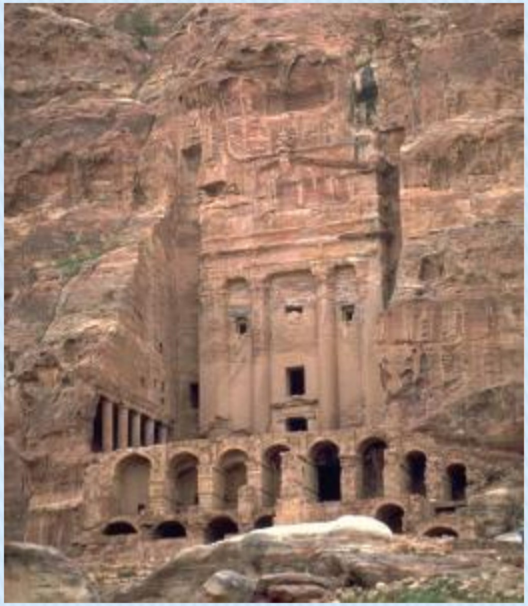
История развития квадратных уравнений:

- Квадратные уравнения в Багдаде(9 век).
- Квадратные уравнения в Древнем Вавилоне.
- Квадратные уравнения в Индии.
- Квадратные уравнения в Европе 13 -17в.в.

Квадратные уравнения в Багдаде (9 век):

- Впервые квадратные уравнения появились в городе Багдаде, их вывел приглашённый математик из Хорезм(Ныне территория Узбекистана) Мухаммед бен-Муса Ал-Хорезми. В отличие от греков, решавших квадратные уравнения геометрическим путем, он мог решить любые квадратные уравнения по общему правилу (найти положительные корни). Если у греков было геометрическое решение, то метод Ал-Хорезми почти алгебраический.

Квадратные уравнения в Древнем Вавилоне:

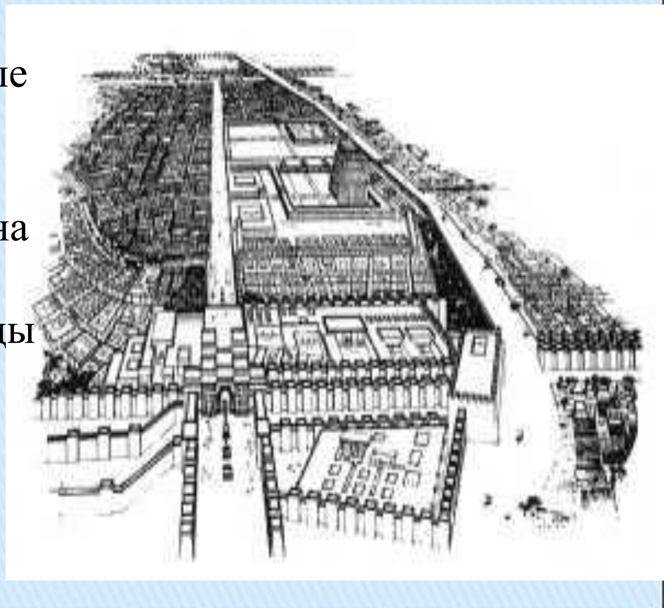


Необходимость решать уравнения не только первой, но и второй степени ещё в древности была вызвана потребностью решать задачи, связанные с нахождением площадей земельных участков и с земляными работами военного характера, а так же с развитием астрономии и самой математики. Квадратные уравнения умели решать около 2000 лет до нашей эры вавилоняне. Применяя современную алгебраическую запись, можно сказать, что в их клинописных текстах встречаются, кроме неполных, и такие, например, полные квадратные уравнения:

$x^2 + x = \frac{3}{4}.$

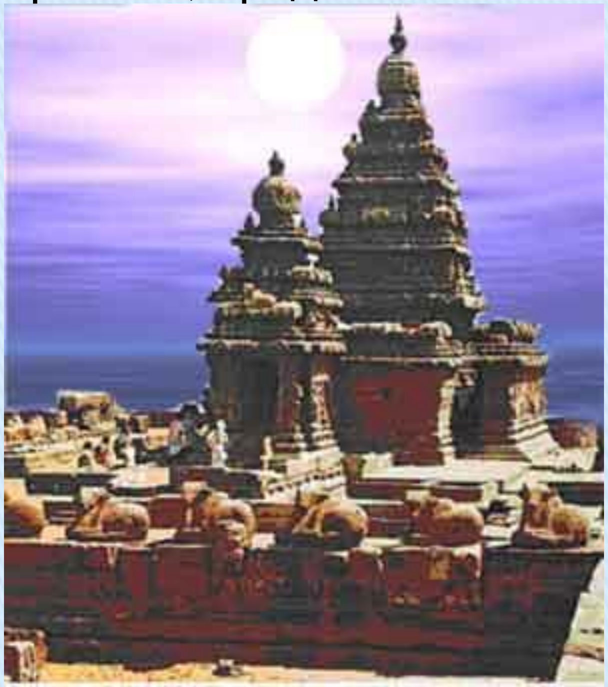
$x^2 - x = 14\frac{1}{2}.$

Правило решения этих уравнений, изложенное в вавилонских текстах, совпадает с современным, однако неизвестно, каким образом дошли вавилоняне до этого правила, Почти все найденные до сих пор клинописные тексты, приводя только задачи с решениями, изложенными в виде рецептов, без указаний относительно того, каким образом они были найдены, Несмотря на высокий уровень развития алгебры в Вавилонии, в клинописных текстах отсутствует понятие отрицательного числа и общие методы решения квадратных уравнений.



Квадратные уравнения в Индии

- Задачи на квадратные уравнения встречаются уже в 499 году.
- В Древней Индии были распространены публичные соревнования в решении трудных задач.
- В одной из старинных индийских книг говорится по поводу таких соревнований следующее: “Как солнце блеском своим затмевает звёзды, так учёный человек затмит славу другого в народных собраниях, предлагая и решая алгебраические задачи”.



Квадратные уравнения в Европе в 13-17 веках:

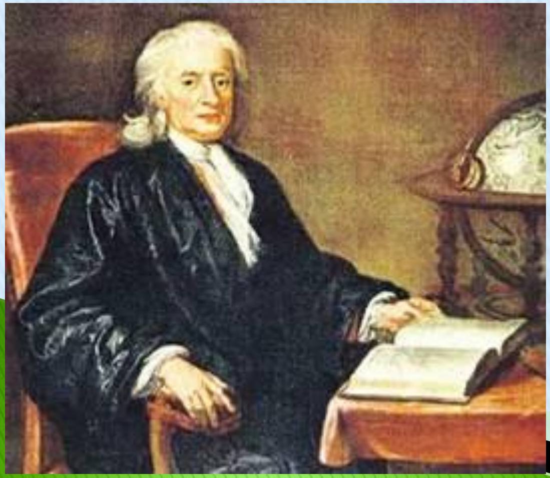
- Формулы решения квадратных уравнений в Европе были Впервые изложены в 1202 году итальянским математиком **Леонардо Фибоначчи.**

- Общее правило решения квадратных уравнений, приведенных к единому каноническому виду $ax^2 + bx + c = 0$,было Сформулировано в Европе лишь в 1544 Году немецким математиком **Михаэлем Штифелем.**

Виды квадратных уравнений

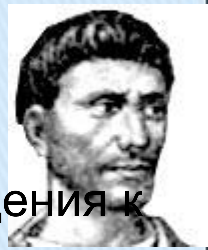
- Неполные квадратные уравнения и частные виды полных квадратных Уравнений ($x^2 + x = a$) умели решать Некоторые виды квадратных уравнений решали древнегреческие математики, сводя их решение к геометрическим построениям. Правило решения квадратных уравнений, приведенных к виду $ax^2 + bx + c = 0$, где $a \neq 0$,дал индийский ученый **Брахмагупта**(7век).

- Вывод формулы корней квадратного уравнения в общем виде имеется у Виета, однако он признавал только положительные корни. Итальянские математики 16 веке учитывают помимо положительных и отрицательные корни. Лишь в 17 веке благодаря трудам **Жирара, Декарта, Ньютона** и других учёных способ решения квадратных уравнений п
современный вид.



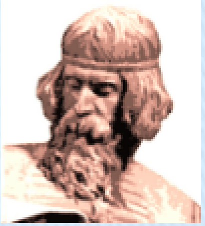
Выводы:

- Впервые квадратные уравнения сумели решить математики Древнего Египта. Неполные квадратные уравнения умели решать вавилоняне (около 2 тыс. лет до н.э.). Некоторые виды квадратных уравнений, сводя их решение к геометрическим построениям, могли решать древнегреческие математики. Примеры решения уравнений без обращения к геометрии даёт **Диофант Александрийский (III век).**



- Правило решения квадратных уравнений дал индийский учёный **Брахмагупта (VII век).**

- Общее правило решения квадратных уравнений было Сформулировано немецким математиком **М. Штифелем.** Выводом формулы решения квадратных уравнений общего вида занимался **Ф. Виет**.



СПАСИБО ЗА УРОК!